

# Հեքշեր-Օհիսի մոդելը

## հարցեր և խնդիրներ

Ստորև բերվող խնդիրները վերաբերում են Հեքշեր-Օհիսի մոդելին և բոլոր ՉՈՐՍ քերականներին (գլուխ՝ 4, 5, 6, 7):

Հարցելի ուսանողներ, **բնական հարցերը հիմնված են լինելու բացառապես դասախոսության նյութերի և խնդիրների վրա:** Խնդիրների պարամետրերի արժեքները կարող են տարբերվել օրինակներում բերված արժեքներից: Օրինակ՝ երկրում առկա ռեսուրսի քանակը կարող է լինել ոչ թե 100, այլ 150 և նույնիսկ 250, կամ ոչ թե  $\bar{K}$  այլ  $2\bar{K}$ , համանմանորեն ռեսուրսները կարող են լինել ոչ թե աշխատանքի ու կապիտալը, այլ աշխատանքի ու հողը, կամ բարձր և ցածր որակավորմամբ աշխատանքը և այլն: Պարամետրերը կարող են նշանակվել նաև հունական այբուբենի տառերով:

A $\alpha$	<i>alpha</i>	I $\iota$	<i>iota</i>	P $\rho$	<i>rho</i>
B $\beta$	<i>beta</i>	K $\kappa$	<i>kappa</i>	$\Sigma$ $\sigma$	<i>sigma</i>
$\Gamma$ $\gamma$	<i>gamma</i>	$\Lambda$ $\lambda$	<i>lambda</i>	T $\tau$	<i>tau</i>
$\Delta$ $\delta$	<i>delta</i>	M $\mu$	<i>mu</i>	$\Upsilon$ $\nu$	<i>upsilon</i>
E $\epsilon$	<i>epsilon</i>	N $\nu$	<i>nu</i>	$\Phi$ $\phi$	<i>phi</i>
Z $\zeta$	<i>zeta</i>	$\Xi$ $\xi$	<i>xi</i>	X $\chi$	<i>chi</i>
H $\eta$	<i>eta</i>	O $\omicron$	<i>omicron</i>	$\Psi$ $\psi$	<i>psi</i>
$\Theta$ $\theta$	<i>theta</i>	$\Pi$ $\pi$	<i>pi</i>	$\Omega$ $\omega$	<i>omega</i>

Հարցերը կարող են ձևակերպվել ենթահարցերով միավորելու կամ տարանջատելու միջոցով: Սակայն կրկնում են հարցերը հիմնված են լինելու բացառապես դասախոսության նյութերի և խնդիրների վրա: Հետևաբար՝ եթե Դուք լիարժեք տիրապետում եք այդ նյութերին և խնդիրներին, ապա դեպի 20 բալլ տամոդ ուղին Ձեր առջև բաց է: Մաղթում են Ձեզ հաջողություն:

**Ուշադրություն:** Գրավոր բնույթի նկատմամբ միայն այն պատասխանները, որոնք ոչ միայն ինքնին ճիշտ են, այլև ճշՏՈՐԵՆ համապատասխանում են հարցին: Այսպես, եթե հարցը վերաբերում է Սթոկեր-Սամյուելսոնի մոդելին, իսկ Դուք գրել եք «Պլատոնն իր ուսուցիչ Սոկրատեսի և իր աշակերտ Արիստոտելի հետ դրեց արևմտյան փիլիսոփայության և գիտության հիմքը», ապա դա կլինի ինքնին ճիշտ, բայց ոչ համապատասխան հարցին: Նմանապես, եթե տրված է, որ ռեսուրսներն են հողն ու կապիտալը, բայց գրել եք աշխատանքի ու կապիտալի օրինակով, ապա նույնիսկ եթե Ձեր գրածն ինքնին ճիշտ լինի, միևնույն է այն ճիշտ չի համարվի, քանի որ չի համապատասխանի հարցին:

### 7.1. Հեքշեր-Օհիսի մոդելը և թեորեմներ:

Հարցի լիարժեք բացատրությունը պետք է ներառի

- *Մոդելի նախապայմանների նկարագրությունը:*
- *Թեորեմի հիմնավորումը (ա) արտադրական հնարավորությունների սահմանների և (բ) հարաբերական առաջարկի ու հարաբերական պահանջարկի միջոցով:*
- *Թեորեմի արդյունքների քննարկումը, երբ մոդելի նախապայմանները բացակայում են:*

### 7.2. Գործոնների գների հավասարեցումը:

Հարցի լիարժեք բացատրությունը պետք է ներառի

- *Գործոնների գների հավասարեցման թեորեմի հիմնավորումը, ինչպես նաև միավոր իզոքվանտի, միավոր իզոքոստի, գործոնների ու ապրանքների գների միջև կապի, բազմազանությունների կոնի, զուգահեռագծի կանոնի նկարագրությունը:*

### 7.3. Գործոնների բացարձակ գների հավասարեցումը:

Հարցի լիարժեք բացատրությունը պետք է ներառի

- *Հեքշեր-Օհիսի մոդելի նախապայմանների շրջանակում գործոնների բացարձակ գների հավասարեցման հիմնավորումը:*

**↪ 7.4. Արտաքին առևտուրը և եկամուտների վերաբաշխումը. Սթոլիեր-Սամյուելսոնի թեորեմի հիմնավորումն էջվորթ-Բոուլիի արկղի և Լեոների սխեմայի միջոցով:**

Հարցի լիարժեք բացատրությունը պետք է ներառի

- Արտաքին առևտրի արդյունքում եկամուտների վերաբաշխման քննարկումը:
- Թեորեմի հիմնավորումն էջվորթ-Բոուլիի արկղի միջոցով:
- Թեորեմի հիմնավորումը Լեոների սխեմայի միջոցով:
- Թեորեմի նշանակության քննարկումը:

**↪ 7.5. Սթոլիեր-Սամյուելսոնի թեորեմի ֆորմալ ապացույցը:**

Հարցի լիարժեք բացատրությունը պետք է ներառի

- Թեորեմի հիմնավորումը Ռոնսի Զոնսի հանրահաշվի միջոցով՝ ներառյալ Շեփհարդի լեմման, բաց առանց ընդհանուր դիֆերենցիալ և հակադարձ մատրից հասկացությունների զուտ մաթեմատիկական քննարկման:

**↪ 7.6. Տնտեսական աճը և արտաքին առևտուրը:**

Հարցի լիարժեք բացատրությունը պետք է ներառի

- Չեզոք, համաչափ և անհամաչափ տնտեսական աճի նկարագրությունը:
- Տնտեսական աճի ազդեցությունն առևտրի վրա:
- Տնտեսական աճի ազդեցությունը բարեկեցության վրա:

**↪ 7.7. Ռիբչինսկու թեորեմի հիմնավորումը էջվորթ-Բոուլիի արկղի և Լեոների սխեմայի միջոցով:**

Հարցի լիարժեք բացատրությունը պետք է ներառի

- Թեորեմի հիմնավորումը էջվորթ-Բոուլիի արկղի միջոցով՝ ներառյալ Ռիբչինսկու ուղղի նկարագրությունը:
- Թեորեմի հիմնավորումը Լեոների սխեմայի միջոցով:
- Առևտրի վրա անհամաչափ տնտեսական աճի ազդեցության քննարկումը:

**↪ 7.8. Ռիբչինսկու թեորեմի ֆորմալ ապացույցը: Սուզման աճը: Հոլանդական հիվանդությունը:**

Հարցի լիարժեք բացատրությունը պետք է ներառի

- Ռիբչինսկու թեորեմի ֆորմալ ապացույցը Զոնսի հանրահաշվի միջոցով:
- Սուզման աճի քննարկումը:
- Հոլանդական հիվանդության քննարկումը:

1: Կիրառական հարց՝ գիտելիքն ամրապնդելու նպատակով

**Գիրք** ( $x$ ) արտադրելու համար անհրաժեշտ է  $3L$  և  $2K$ , իսկ **հաստոց** ( $y$ ) արտադրելու համար՝  $1L$  և  $4K$ : Մեր երկրում առկա է  $\bar{L}$  միավոր աշխատանք և  $\bar{K}$  միավոր կապիտալ: Ապրանքների գներն են  $p_x$  և  $p_y$ , ռեսուրսների գներն են  $w$  և  $r$ :

Հայտնի է, որ մեր երկրում միավոր կապիտալի հաշվով առկա է 2 միավոր աշխատանք, իսկ մնացյալ աշխարհում միավոր աշխատանքի հաշվով առկա է 2 միավոր կապիտալ:

Գտեք ապրանքների գները՝ արտահայտված ռեսուրսների գներով:

Գտեք ռեսուրսների գները՝ արտահայտված ապրանքների գներով:

Պարզեք առևտրի կառուցվածքը (ազատ առևտրի դեպքում երկիրը ո՞ր ապրանքը կարտահանի/կներմուծի): Պարզեք, թե ազատ առևտուրը ռեսուրսների գների վրա ինչպես է ազդում:

Պատասխան

- Ծախսեր և ապրանքների գներ

Գրքի համար.

$$TC_x = q_x(3w + 2r) \rightarrow MC_x = \frac{dTC_x}{dq_x} = (3w + 2r), \quad p_x = MC_x \rightarrow p_x = (3w + 2r)$$

Հաստոցի համար.

$$TC_y = q_y(w + 4r) \rightarrow MC_y = \frac{dTC_y}{dq_y} = (w + 4r), \quad p_y = MC_y \rightarrow p_y = (w + 4r)$$

- Ռեսուրսների գներ

Ունենք.

$$\begin{cases} p_x = (3w + 2r) \\ p_y = (w + 4r) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p_x = 3(p_y - 4r) + 2r \\ w = p_y - 4r \end{cases} \rightarrow \begin{cases} w = \frac{4p_x - 2p_y}{10} \\ r = \frac{3p_y - p_x}{10} \end{cases}$$

- Առևտրի կառուցվածք

Գիրքն աշխատատար ապրանք է, քանի որ  $3/2 > 1/4$ :

Մեր երկիրն առատ է աշխատանք ռեսուրսով, քանի որ մեր երկրում  $\frac{L}{K} = 2$ , իսկ մնացյալ աշխարհում  $\frac{K}{L} = 2 \Rightarrow \frac{L}{K} = 0.5$ :

Ըստ Հեքշեր-Օհլինի թեորեմի երկիրը համեմատական առավելություն ունի և արտահանում է այն ապրանքը, որում առավել ինտենսիվ է կիրառվում այն ռեսուրսը, որով առավել առատ է տվյալ երկիրը: Տվյալ դեպքում մեր երկիրը կարտահանի գիրք, կներմուծի հաստոց:

Ազատ առևտրում գրքի միջազգային հարաբերական գինը կգերազանցի ավտարկիայում գրքի հարաբերական գնին. գրքի գինը կբարձրանա:

- Առևտուր և եկամուտների բաշխում

$$\frac{dw}{dp_x} = \frac{4}{10} > 0, \quad \frac{dr}{dp_x} = -\frac{1}{10} < 0, \quad \frac{dw}{dp_x} \frac{p_x}{w} = \frac{4p_x}{4p_x - 2p_y} > 1 \quad (p_y > 0)$$

Այսպիսով՝ գրքի գնի աճի դեպքում կապիտալի վճարը կրճատվում է:

Հետևաբար՝ կապիտալի իրական վճարը՝ արտահայտված հաստոցով (որի գինը չի փոխվել) և գրքով, նվազում է:

Միևնույն ժամանակ, աշխատանքի վճարը բարձրանում է: Բարձրանում է նաև աշխատանք ռեսուրսի իրական վճարը, քանի որ  $W$ -ն տոկոսային արտահայտությունը բարձրանում է ավելի շատ, քան  $p_x$ -ը:

Դրանով իսկ՝ ստացանք Սթոլփեր-Սամուելսոնի թեորեմի արդյունքը. աշխատատար գրքի գնի աճի հետևանքով աշխատանք ռեսուրսի իրական վճարը բարձրացավ, իսկ կապիտալ ռեսուրսի իրական վճարը կրճատվեց:

Հետևաբար՝ քանի որ ազատ առևտրի արդյունքում բարձրանում է գրքի գինը, ապա աշխատանք ռեսուրսի սեփականատերերը իրական արտահայտությունը շահում են, իսկ կապիտալ ռեսուրսի սեփականատերերը իրական արտահայտությունը տուժում են:

**Ուշադրություն:** Հարցատոմսում հարցերը ձևակերպվելու են նվազագույն թվով բառերով: Օրինակ՝ այս հարցը կարող է ձևակերպվել այսպես.

Հեղեղ-Օհլինի և Սթոլփեր-Սամուելսոնի թեորեմների հիման վրա պարզե՞ք առևտրի կառուցվածքը և առևտրի ազդեցությունը ռեսուրսների գների վրա, երբ առկա են  $\bar{L}_S$  բարձր և  $\bar{L}_U$  ցածր որակավորում ունեցող աշխատանք ռեսուրսներ:  $\theta$  ( $\omega$ ) ապրանքն արտադրվում է  $3L_S$  և  $2L_U$  ( $1L_S$  և  $4L_U$ ) ռեսուրսներով: Երկիրը  $L_S$ -առատ է: Գները՝ ապրանքների  $p_\theta$  և  $p_\omega$ , ռեսուրսների՝  $w_{L_S}$  և  $w_{L_U}$ :

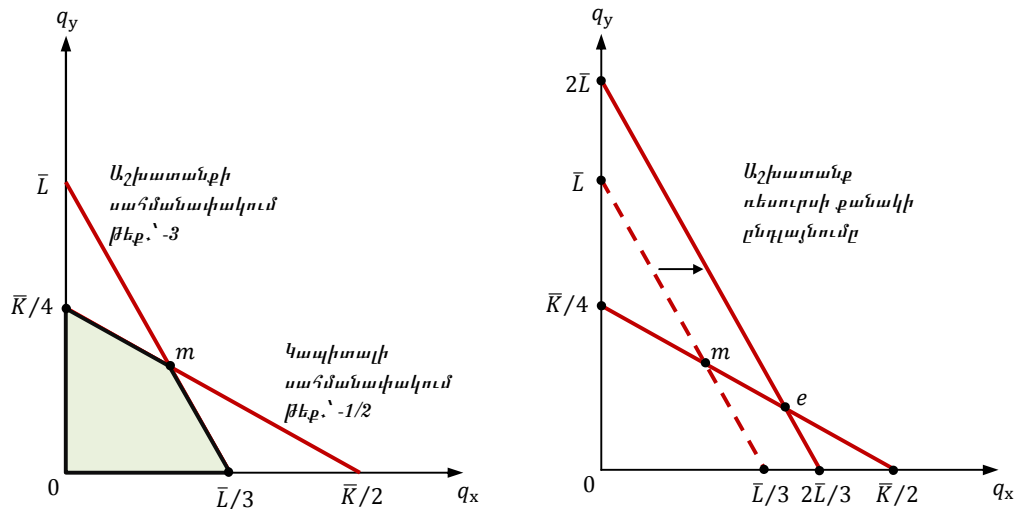
Նա, ով տեղյակ է առարկայից, անմիջապես կարգի, որ ըստ խնդրի պայմանի՝ երկրում առկա երկու ռեսուրսներն են բարձր և ցածր որակավորում ունեցող աշխատանքը, երկրն առատ է բարձր որակավորում ունեցող աշխատանք ռեսուրսով, երկու ապրանքներն են  $\theta$ -ն և  $\omega$ -ն, որոնք արտադրվում են համապատասխանաբար  $3L_S$ ,  $2L_U$  և  $1L_S$ ,  $4L_U$  ռեսուրսների կիրառմամբ, ապրանքների գներն են  $p_\theta$  և  $p_\omega$ , ռեսուրսների գներն են  $w_{L_S}$  և  $w_{L_U}$ :

Իսկ նա, ով անտեղյակ է, բայց բնություն է եկել անխախտ համոզմամբ, որ ինչ էլ լինի կտանա, հնարավոր է բնությունից դուրս գա այլ համոզումով:

2: Կիրառական հարց՝ գիտելի՞ք ամրապնդելու նպատակով (շարունակություն) *Ցույց տվեք աշխատանք ռեսուրսի քանակի կրկնակի ընդլայնման ազդեցությունն առևտրի վրա:*

Պատասխան

Հավասարակշիռ արտադրությունը կիրականացվի ռեսուրսների սահմանափակման ուղիղների հատման  $M$  կետում, քանի որ միայն այդ կետում են ռեսուրսներն ամբողջովին զբաղված:



Սկզբնապես, նախքան ռեսուրսի քանակի ընդլայնումն ունենք

$$\begin{cases} 3q_x + q_y = \bar{L} \\ 2q_x + 4q_y = \bar{K} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_y = \bar{L} - 3q_x \\ 2q_x + 4(\bar{L} - 3q_x) = \bar{K} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_y = \bar{L} - 3 \frac{4\bar{L} - \bar{K}}{10} \\ 10q_x = 4\bar{L} - \bar{K} \end{cases}$$

Հետևաբար՝ \$m\$ կետում արտադրությունը կկազմի.

$$\begin{cases} q_x = \frac{4\bar{L} - \bar{K}}{10} \\ q_y = \frac{3\bar{K} - 2\bar{L}}{10} \end{cases}$$

Աշխատանք ռեսուրսի քանակի ընդլայնման դեպքում գրքի արտադրությունը կընդլայնվի, իսկ հաստոցի արտադրությունը կկրճատվի: Ավելին՝ գրքի արտադրության տոկոսային աճը կլինի ավելին, քան աշխատանք ռեսուրսի տոկոսային ընդլայնումը:

$$\frac{dq_y}{d\bar{L}} = -\frac{1}{5} < 0, \quad \frac{dq_x}{d\bar{L}} = \frac{2}{5} > 0, \quad \frac{dq_x}{d\bar{L}} \frac{\bar{L}}{q_x} = \frac{4\bar{L}}{4\bar{L} - \bar{K}} > 1 \quad (\bar{K} > 0)$$

Քանի որ աշխատանք ռեսուրսի քանակն ընդլայնումից հետո \$2\bar{L}\$ է, ապա արտադրությունը \$e\$ կետում հավասար է.

$$\begin{cases} \hat{q}_x = \frac{8\bar{L} - \bar{K}}{10} > q_x \\ \hat{q}_y = \frac{3\bar{K} - 4\bar{L}}{10} < q_y \end{cases}$$

Ստացվեց Ռիբչինսկու թեորեմի արդյունքը, ըստ որի ռեսուրսներից մեկի պաշարի ընդլայնման դեպքում, երբ ապրանքների հարաբերական գինն անփոփոխ է, ընդլայնվում է այն ապրանքի արտադրությունը, որում ընդլայնված ռեսուրսն ինտենսիվ է կիրառվում, իսկ մյուս ապրանքի արտադրությունը կրճատվում է:

Նկատենք՝ Հեքշեր-Օհլինի մոդելում ապրանքների հարաբերական գինը չէր կարող փոխվել ռեսուրսի քանակի փոփոխության հետևանքով, քանի որ ապրանքների գինը կախված է ռեսուրսների գնից, իսկ ռեսուրսների գինը ռեսուրսների քանակից կախված չէ:

Տվյալ դեպքում աշխատանք ռեսուրսի կրկնապատկման արդյունքում գրքի արտադրությունն ավելի քան կրկնապատկվեց, իսկ հաստոցի արտադրությունը կրճատվեց:

Քանի որ երկիրը գիրք էր արտահանում, ապա այլ հավասար պայմաններում երկրի արտահանումը կընդլայնվի: Քանի որ երկիրը հաստոց էր ներմուծում, ապա ներմուծումը նույնպես կընդլայնվի:

3: Կիրառական հարց՝ գիտելի՞նք ամրապնդելու նպատակով

Երկու երկրներ՝ Ռուսաստան ( $R$ ), Ղազախստան ( $K$ ), ունեն միանման նախապատվություններ և տեխնոլոգիաներ: Ռուսաստանում ցածրորակ աշխատանք ռեսուրսի ( $U$ ) միավորի հաշվով առկա է ավելի շատ բարձրորակ աշխատանք ռեսուրս ( $S$ ), քան Ղազախստանում: Հարաբերական պահանջարկը կախված չէ եկամտի մեծությունից: Արտադրվում է երկու ապրանք՝ հրթիռ և գորգ, ընդ որում

$$\left(\frac{S}{U}\right)^{\text{հրթիռ}} > \left(\frac{S}{U}\right)^{\text{գորգ}}$$

Ավտարկիայում ապրանքների ու ռեսուրսների գները երկու երկրներում ինչպե՞ս են տարբերվում:

Ի՞նչ կառուցվածք կունենա առևտուրը:

Ինչպե՞ս է առևտուրն ազդում ապրանքների և ռեսուրսների գների վրա:

Արդյո՞ք ռեսուրսների գները երկու երկրներում կհավասարվեն:

Պատասխան

Ըստ խնդրի պայմանի՝ Ռուսաստանն առատ է բարձրորակ աշխատանք ռեսուրսով.

$$\left(\frac{S}{U}\right)^R > \left(\frac{S}{U}\right)^K$$

Ըստ Ռիբչինսկու թեորեմի, երբ ապրանքների գներն անփոփոխ են, ապա  $S$  ռեսուրսի քանակի ընդլայնման դեպքում հրթիռի արտադրությունը կընդլայնվի, իսկ գորգի արտադրությունը կկրճատվի:

Ուստի՝ կձևավորվի հրթիռի ավելցուկային առաջարկ (ու ցածր գին) և գորգի ավելցուկային պահանջարկ (ու բարձր գին):

Հետևաբար՝ ավտարկիայում.

Ռուսաստանում, որն առատ է բարձրորակ աշխատանք ռեսուրսով ( $S$ ), այդ ռեսուրսի ինտենսիվ կիրառմամբ ապրանքի՝ հրթիռի հավասարակշիռ գինը ցածր կլինի, քան Ղազախստանում:

Ղազախստանում, որն առատ է ցածրորակ աշխատանք ռեսուրսով ( $U$ ), այդ ռեսուրսի ինտենսիվ կիրառմամբ ապրանքի՝ գորգի հավասարակշիռ գինը ցածր կլինի, քան Ռուսաստանում:

Այսպիսով՝ ավտարկիայում հրթիռի հարաբերական գինը Ռուսաստանում ցածր կլինի, քան Ղազախստանում:

$$\left(\frac{p_{\text{հրթիռ}}}{p_{\text{գորգ}}}\right)^R < \left(\frac{p_{\text{հրթիռ}}}{p_{\text{գորգ}}}\right)^K$$

Ըստ Սթոլիեր-Սամյուելսոնի թեորեմի, երբ Ռուսաստանում հրթիռի գինը կրճատվում է, նրանում ինտենսիվ կիրառվող բարձրորակ աշխատանք ռեսուրսի գինը նույնպես կրճատվում է:

Նմանապես՝ Ղազախստանում, գորգի գնի կրճատման դեպքում նվազում է ցածրորակ աշխատանք ռեսուրսի գինը:

Այսպիսով՝ ավտարկիայում տեղի ունի հետևյալը.

$$\left(\frac{p_{\text{հրթիռ}}}{p_{\text{գորգ}}}\right)^R < \left(\frac{p_{\text{հրթիռ}}}{p_{\text{գորգ}}}\right)^K \Rightarrow (w^S)^R < (w^S)^K, (w^U)^R > (w^U)^K$$

Առևտրի դեպքում Ռուսաստանը կարտահանի հրթիռներ, իսկ Ղազախստանը՝ գորգեր:

Առևտրի արդյունքում հրթիռի հարաբերական գինը Ռուսաստանում կբարձրանա, իսկ Ղազախստանում կնվազի (նույնն է՝ գորգի հարաբերական գինը Ղազախստանում կբարձրանա, Ռուսաստանում կնվազի):

Դարձյալ ըստ Սթոլիեր-Սամյուելսոնի թեորեմի Ռուսաստանում հրթիռի հարաբերական գնի բարձրացման արդյունքում բարձրորակ աշխատանք ռեսուրսի գինը կբարձրանա: Նմանապես՝ Ղազախստանում կբարձրանա ցածրորակ աշխատանք ռեսուրսի գինը:

Վերջին հաշվով, քանի որ ազատ առևտրի արդյունքում ապրանքների հարաբերական գները հավասարվում են, իսկ տեխնոլոգիաները երկու երկրներում նույնն են, ապա ռեսուրսների հարաբերական գները նույնպես կհավասարվեն (ըստ գործոնների գների հավասարեցման թեորեմի):

4: Կիրառական հարց՝ գիտելի՞նք ամրապնդելու նպատակով

Ռուսաստանում և Ղազախստանում միավոր **հրթիռ** ( $x$ ) արտադրելու համար անհրաժեշտ է 3L և 2K, իսկ միավոր **գորգ** ( $y$ ) արտադրելու համար՝ 1L և 4K:

Այնուհետև Ռուսաստանում երկու ռեսուրսների արտադրողականությունը կրկնապատկվում է (Խիբս-չեզոք տեխնոլոգիական առաջընթաց):

Ինչպե՞ս է դա ազդում ավտարկիայում Ռուսաստանի թողարկման և ապրանքների ու ռեսուրսների հարաբերական գների վրա:

Ինչպե՞ս է դա ազդում առևտրի կառուցվածքի վրա: Արդյո՞ք ռեսուրսների գները կհավասարվեն: Ինչի՞ կհանգեցնի ռեսուրսների միջազգային տեղաշարժի ազատությունը:

Պատասխան

Տեխնոլոգիական առաջընթացից հետո Ռուսաստանում միավոր **հրթիռ** ( $x$ ) արտադրելու համար անհրաժեշտ է 3/2 միավոր աշխատանք և 2/2 միավոր կապիտալ, իսկ միավոր **գորգ** ( $y$ ) արտադրելու համար՝ 1/2 միավոր աշխատանք և 4/2 միավոր կապիտալ:

Լրիվ զբաղվածության դեպքում ունենք.

$$\begin{cases} 1.5q_x + 0.5q_y = \bar{L} \\ q_x + 2q_y = \bar{K} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_x = \frac{4\bar{L} - \bar{K}}{5} \\ q_y = \frac{3\bar{K} - 2\bar{L}}{5} \end{cases}$$

Նախկինում ստացած արդյունքի համեմատ՝ խիքս-չեզոք տեխնոլոգիական առաջընթացի արդյունքում Ռուսաստանում երկու ապրանքի արտադրությունը կրկնապատկվել է: Ուստի՝ հարաբերական առաջարկը Ռուսաստանում չի փոխվել:

Քանի որ արտադրությունը կրկնապատկվել է, ապա ընդհանուր եկամուտը նույնպես կրկնապատկվել է: Եկամտի կրկնապատկման արդյունքում երկու ապրանքների պահանջարկը կկրկնապատկվի (նախապատվությունները նմանազոր են): Հետևաբար՝ հարաբերական պահանջարկը չի փոխվի:

Արդյունքում, քանի որ ո՛չ հարաբերական առաջարկը, ո՛չ հարաբերական պահանջարկը չեն փոխվում, ապա Ռուսաստանում խիքս-չեզոք տեխնոլոգիական առաջընթացի արդյունքում ապրանքների հարաբերական գները չեն փոխվում: Հետևաբար՝ ազատ առևտրի դեպքում առևտրի կառուցվածքը կլինի նույնը, ինչ նախքան տեխնոլոգիական առաջընթացն էր:

Ինչ վերաբերում է ռեսուրսների գներին, ապա ունենք.

$$\begin{cases} p_x = \frac{1}{2}(3w + 2r) \\ p_y = \frac{1}{2}(w + 4r) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w = \frac{4p_x - 2p_y}{5} \\ r = \frac{3p_y - p_x}{5} \end{cases}$$

Նախկինում ստացած արդյունքի համեմատ՝ ռեսուրսի անվանական վճարները կրկնակի բարձրացել են, իսկ ապրանքի գները կրկնակի նվազել են: Հետևաբար՝ ռեսուրսի իրական վճարները քառապատկվել են:

Ազատ առևտրի դեպքում ռեսուրսների գները երկու երկրներում միմյանց ՁԵՆ հավասարվի, քանի որ երկրներում տեխնոլոգիան տարբեր է:

Ապրանքների գները, սակայն, ազատ առևտրի դեպքում երկու երկրներում միմյանց կհավասարվեն: Ուստի՝ Ռուսաստանում ռեսուրսների իրական եկամուտը ավելի բարձր կլինի, քան Ղազախստանում:

Հետևաբար՝ եթե ռեսուրսների միջազգային շարժն ազատ լինի, ապա Ղազախստանյան ռեսուրսները կձգտեն տեղափոխվել Ռուսաստան:

5: Կիրառական հարց՝ գիտելիքն ամրապնդելու նպատակով

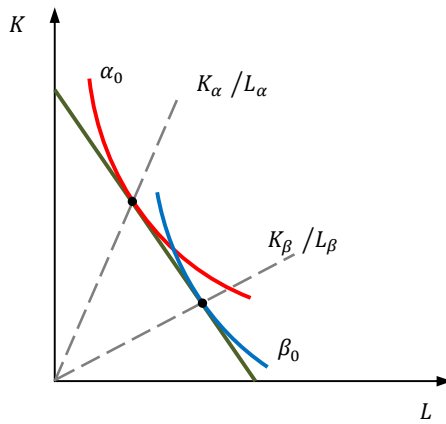
$\alpha$  և  $\beta$  ապրանքների միավոր արժողութային իզոքվանտներն են  $K = 2/L$  և  $K = 2/L^2$

Որքա՞ն է ռեսուրսների հավասարակշիռ հարաբերական գինը:

Պատասխան

Քանի որ հավասարակշռությունում միավոր իզոքոստը պետք է միաժամանակ շոշափի միավոր արժողութային իզոքվանտներին, ապա ռեսուրսների հարաբերական գինը հավասար է ընդհանուր շոշափողի թեքման անկյանը:





Ընդհանուր դեպքում  $y = f(x)$  ֆունկցիայի շոշափողի հավասարումը՝ տարված  $(m, f(m))$  կետով, հետևյալն է

$$y = f(m) + f'(m)(x - m)$$

Հետևաբար՝

$$\alpha - \text{ի դեպքում} \rightarrow K = \frac{2}{L} \Rightarrow K = \frac{2}{m} + \left(-\frac{2}{m^2}\right)(L - m) = \underbrace{-\frac{2}{m^2}L + \frac{4}{m}}_{\text{շոշափողի հավասարումը } (m, f(m)) \text{ կետով}}$$

$$\beta - \text{ի դեպքում} \rightarrow K = \frac{2}{L^2} \Rightarrow K = \frac{2}{n^2} + \left(-\frac{4}{n^3}\right)(L - n) = \underbrace{-\frac{4}{n^3}L + \frac{6}{n^2}}_{\text{շոշափողի հավասարումը } (n, f(n)) \text{ կետով}}$$

Երկու շոշափողները կլինեն նույնը, եթե

$$\begin{cases} \frac{4}{m} = \frac{6}{n^2} \\ -\frac{2}{m^2} = -\frac{4}{n^3} \end{cases} \begin{cases} m = \frac{2n^2}{3} \\ n^3 = 2m^2 = 2\left(\frac{2n^2}{3}\right)^2 = \frac{8n^4}{9} \end{cases} \begin{cases} m = \frac{2(9/8)^2}{3} = \frac{81}{3 \cdot 32} = \frac{27}{32} \\ n = \frac{9}{8} \end{cases}$$

Հետևաբար՝ ընդհանուր շոշափողի, նույնն է՝ միավոր իզոքոստի հավասարումն է՝

$$K = -\frac{4}{(9/8)^3}L + \frac{6}{(9/8)^2}$$

Այսպիսով՝ աշխատանքի հարաբերական գինը հավասար է՝

$$\frac{w}{r} = \frac{4}{(9/8)^3}$$

Սամյուելսոնին հարցնում են.  
 – Ինչպե՞ս ե՞մ անցկացնում ազատ ժամանակը:  
 – Լուծում եմ դիֆերենցիալ հավասարումներ, – պատասխանում է նա:

6: Կիրառական հարց՝ գիտելիքն ամրապնդելու նպատակով

Առկա են երկու ապրանք՝  $x$  և  $y$ , երկու ռեսուրս՝  $S$  և  $U$ , երկու երկիր՝ Տոգո և Բենին: Ռեսուրսների վարձատրությունն է  $w^S$  և  $w^U$ : Ապրանքների գինն է  $p_x$  և  $p_y$ : Արտադրության ֆունկցիաներն են՝

$$q_x = S_x^{1/4} U_x^{3/4}, \quad q_y = S_y^{3/4} U_y^{1/4}$$

■ Պարզեք ռեսուրսների օպտիմալ (նվազագույն ծախսի) քանակը, ռեսուրսների օպտիմալ հարաբերությունը, ընդհանուր ծախսը և ռեսուրսատրությունը: Պարզեք առևտրի կառուցվածքը, եթե հայտնի է, որ Տոգոն առատ է  $U$  ռեսուրսով:

$x$ -ի ընդհանուր ծախսը.

$$TC_x = w^S S_x + w^U U_x = w^S S_x + w^U (q_x^{4/3} S_x^{-1/3}), \text{ քանի որ } U_x = q_x^{4/3} S_x^{-1/3}$$

Գտնենք ռեսուրսների օպտիմալ քանակը, որի դեպքում ապահովվում է ծախսային արդյունավետություն:

Ոչ ծայրակետային մինիմումի համար բավարար է, որ 2-րդ դիֆերենցիալը լինի դրական, իսկ առաջին դիֆերենցիալը՝ զրո.

$$\begin{aligned} \frac{d(TC_x)}{dS_x} &= w^S + \left(-\frac{1}{3}\right) w^U \left(q_x^{4/3} S_x^{-\frac{1}{3}-1}\right) = 0 \\ \frac{d^2(TC_x)}{dS_x^2} &= \left(-\frac{1}{3}\right) \left(-\frac{4}{3}\right) w^U \left(q_x^{4/3} S_x^{-\frac{1}{3}-1-1}\right) > 0 \end{aligned}$$

Ունենք

$$\begin{aligned} w^S - \frac{1}{3} w^U q_x^{4/3} S_x^{-4/3} &= 0 \Rightarrow \\ S_x &= \left(\frac{w^U q_x^{4/3}}{3w^S}\right)^{3/4} = \frac{q_x}{3^{3/4}} \left(\frac{w^U}{w^S}\right)^{3/4} \end{aligned}$$

Հետևաբար՝

$$U_x = q_x^{4/3} S_x^{-1/3} = q_x^{4/3} \left(\frac{q_x}{3^{3/4}} \left(\frac{w^U}{w^S}\right)^{3/4}\right)^{-1/3} = \frac{q_x}{3^{-1/4}} \left(\frac{w^S}{w^U}\right)^{1/4}$$

Նկատենք՝ արտադրությունում ռեսուրսների կիրառման օպտիմալ (նվազագույն ծախսի) քանակը կախված է ռեսուրսների հարաբերական գնից և համամասն է թողարկման քանակին:

Թողարկման քանակին համամասն լինելը ծավալի հաստատուն էֆեկտի հետևանք է (տրված Կոբբ-Ռուզլաս արտադրական ֆունկցիայի ծավալի էֆեկտը հաստատուն է, քանի որ աստիճանների գումարը հավասար է մեկի՝  $1/4+3/4=1$ ):

Նկատենք նաև՝ ռեսուրսների օպտիմալ հարաբերությունը կախված է միայն ռեսուրսի հարաբերական գնից.

$$\frac{U_x}{S_x} = 3 \left(\frac{w^S}{w^U}\right)$$

Ռեսուրսների օպտիմալ (նվազագույն ծախսի) քանակներն ընդհանուր ծախսի՝  $TC$ -ի մեջ տեղադրելով՝ կստանանք ընդհանուր ծախսի օպտիմալ արժեքը.

$$TC_x = w^S S_x + w^U U_x = w^S \frac{q_x}{3^{\frac{3}{4}}} \left(\frac{w^U}{w^S}\right)^{\frac{3}{4}} + w^U \frac{q_x}{3^{\frac{1}{4}}} \left(\frac{w^S}{w^U}\right)^{\frac{1}{4}} =$$

$$q_x 3^{-3/4} (w^S)^{1/4} (w^U)^{3/4} + q_x 3^{1/4} (w^S)^{1/4} (w^U)^{3/4}$$

$$TC_x = \lambda q_x (w^S)^{1/4} (w^U)^{3/4}, \text{ որտեղ } \lambda = 3^{-3/4} + 3^{1/4} = \frac{4}{3^{3/4}}$$

\*\*\*

Ստացված արդյունքը կարող ենք ստուգել Շեփհարդի լեմմայի միջոցով: Հստ Շեփհարդի լեմմայի, ծախսի ֆունկցիայի դիֆերենցիալն ըստ ռեսուրսի գնի հավասար է ռեսուրսի օպտիմալ պահանջարկին.

$$\frac{dTC_x}{dw^S} = \frac{1}{4} \lambda q_x (w^S)^{-\frac{3}{4}} (w^U)^{\frac{3}{4}} = S_x,$$

$$\frac{dTC_x}{dw^U} = \frac{3}{4} \lambda q_x (w^S)^{\frac{1}{4}} (w^U)^{-\frac{1}{4}} = U_x$$

Համանմանորեն կարող ենք գտնել, որ

$$TC_y = \lambda q_y (w^S)^{3/4} (w^U)^{1/4}, \text{ որտեղ } \lambda = \frac{4}{3^{3/4}}$$

$$S_y = \frac{3}{4} \lambda q_y (w^S)^{-\frac{1}{4}} (w^U)^{\frac{1}{4}} = 3^{1/4} q_y \left(\frac{w^U}{w^S}\right)^{1/4}$$

$$U_y = \frac{1}{4} \lambda q_y (w^S)^{\frac{3}{4}} (w^U)^{-\frac{3}{4}} = 3^{-3/4} q_y \left(\frac{w^U}{w^S}\right)^{-3/4}$$

(Նկատառում: Վերջին հավասարումների ստացումը բաց էմ թողնում, կրկնությունից խուսափելի համար: Ձեր գրավոր աշխատանքում, սակայն, Դուք կրկնությունից չխուսափեք:)

Ունենք՝

$$\frac{U_x}{S_x} = 3 \left(\frac{w^S}{w^U}\right) \qquad \frac{U_y}{S_y} = \frac{1}{3} \left(\frac{w^S}{w^U}\right) < \frac{U_x}{S_x}$$

Հետևաբար՝  $x$  ապրանքում ինտենսիվ է կիրառվում  $U$  ռեսուրսը: Ու քանի որ Տոգոն առատ է  $U$  ռեսուրսով, ապա առևտրի դեպքում Տոգոն կարտահանի  $x$  ապրանքը:

■ Պարզեք ապրանքի գների փոփոխության ազդեցությունը եկամուտների վրա, ինչպես նաև ռեսուրսների քանակի փոփոխության ազդեցությունը թողարկման և առևտրի վրա:

Ապրանքների գները.

$$P_x = MC_x = \frac{dTC_x}{dq_x} = \lambda (w^S)^{1/4} (w^U)^{3/4}$$

$$P_y = MC_y = \frac{dTC_y}{dq_y} = \lambda (w^S)^{3/4} (w^U)^{1/4}$$

Ապրանքի ու ռեսուրսի գների կապը.

$$\frac{P_x}{P_y} = \left(\frac{w^U}{w^S}\right)^{1/2}$$

Դրանով իսկ՝ ապրանքի ու ռեսուրսի գների միջև առկա է միարժեք դրական կապ:

Արտահայտենք ռեսուրսի գները ապրանքի գներով.

$$P_x = \lambda(w^S)^{1/4}(w^U)^{3/4} = \lambda w^S \left(\frac{w^U}{w^S}\right)^{3/4} \Rightarrow w^S = \frac{P_x}{\lambda} \left(\frac{w^U}{w^S}\right)^{-3/4} = \frac{P_x}{\lambda} \left(\left[\frac{P_x}{P_y}\right]^2\right)^{-3/4} = \frac{P_x^{-1/2}}{\lambda P_y^{-3/2}} = \frac{P_y^{3/2}}{\lambda P_x^{1/2}}$$

Նմանապես.

$$P_x = \lambda(w^S)^{1/4}(w^U)^{3/4} = \lambda w^U \left(\frac{w^S}{w^U}\right)^{1/4} \Rightarrow w^U = \frac{P_x}{\lambda} \left(\frac{w^S}{w^U}\right)^{1/4} = \frac{P_x}{\lambda} \left(\left[\frac{P_x}{P_y}\right]^2\right)^{1/4} = \frac{P_x^{3/2}}{\lambda P_y^{1/2}}$$

Հայտնի է, որ Տոգոն արտահանում է  $x$ , և  $x$  ապրանքում ինտենսիվ է կիրառվում  $U$  ռեսուրսը, որի վարձատրուիթյունը  $w^U$  է:

Առևտրի արդյունքում  $x$ -ի գինը կբարձրանա: Պարզենք դրա ազդեցությունը եկամտի վրա:

$$\frac{dw^U}{dP_x} = \frac{3}{2} \frac{P_x^{-1/2}}{\lambda P_y^{1/2}} > 0; \quad \frac{dw^U}{dP_x} \frac{P_x}{w^U} = \frac{3}{2} \frac{P_x^{-1/2}}{\lambda P_y^{1/2}} \frac{P_x \lambda P_y^{1/2}}{P_x^{3/2}} = \frac{3}{2} > 1; \quad \frac{dw^S}{dP_x} = -\frac{1}{2} \frac{P_y^{3/2}}{\lambda P_x^{3/2}} < 0$$

Դրանով իսկ  $x$ -ի՝ գնի աճի արդյունքում  $U$  ռեսուրսի վարձատրուիթյունը կբարձրանա, ընդ որում ավելի մեծ չափով, քան ապրանքի գինը, իսկ  $S$  ռեսուրսի վարձատրուիթյունը կնվազի:  $U$  ռեսուրսի իրական եկամուտը կբարձրանա,  $S$  ռեսուրսի իրական եկամուտը՝ կկրճատվի:

Այժմ պարզենք ռեսուրսի քանակի փոփոխության ազդեցությունը թողարկման քանակի վրա: Այդ կապը դուրս բերենք ռեսուրսի սահմանափակման հավասարումների միջոցով.

$$S_x + S_y = S \Rightarrow 3^{-3/4} q_x \left(\left[\frac{P_x}{P_y}\right]^2\right)^{3/4} + 3^{1/4} q_y \left(\left[\frac{P_x}{P_y}\right]^2\right)^{1/4} = S$$

$$U_x + U_y = U \Rightarrow 3^{1/4} q_x \left(\left[\frac{P_x}{P_y}\right]^2\right)^{-1/4} + 3^{-3/4} q_y \left(\left[\frac{P_x}{P_y}\right]^2\right)^{-3/4} = U$$

$$\frac{P_x}{P_y} \equiv \rho$$

$$\begin{cases} 3^{-3/4} q_x \rho^{3/2} + 3^{1/4} q_y \rho^{1/2} = S \\ 3^{1/4} q_x \rho^{-1/2} + 3^{-3/4} q_y \rho^{-3/2} = U \end{cases} \quad (1) - (2) \times 3^{-1} \rho^2$$

$$3^{1/4} q_y \rho^{1/2} - 3^{-7/4} q_y \rho^{1/2} = S - U 3^{-1} \rho^2 \Rightarrow$$

$$q_y = \frac{S - 3^{-1}\rho^2 U}{3^{1/4}\rho^{1/2} - 3^{-7/4}\rho^{1/2}} = \frac{S - 3^{-1}\rho^2 U}{\rho^{1/2} \left( \frac{3^2 - 1}{3^{7/4}} \right)} = \frac{3^{7/4}S - 3^{3/4}\rho^2 U}{8\rho^{1/2}}$$

$$q_x = \frac{S - 3^{1/4}q_y\rho^{1/2}}{3^{-3/4}\rho^{3/2}} = \frac{S - 3^{1/4}\rho^{1/2} \frac{3^{7/4}S - 3^{3/4}\rho^2 U}{8\rho^{1/2}}}{3^{-3/4}\rho^{3/2}} = \frac{S - \frac{3^2 S - 3\rho^2 U}{8}}{3^{-3/4}\rho^{3/2}} = \frac{-S + 3\rho^2 U}{3^{-3/4}\rho^{3/2}}$$

Հայտնի է, որ  $x$  ապրանքում ինտենսիվ կիրառվում է  $U$  ռեսուրսը: Պարզենք  $U$ -ի ընդլայնման ազդեցությունը թողարկման վրա.

$$\frac{dq_x}{dU} = \frac{3\rho^2}{3^{-3/4}\rho^{3/2}} > 1; \quad \frac{dq_x}{dU} \frac{U}{q_x} = \frac{3\rho^2}{3^{-3/4}\rho^{3/2}} \left( \frac{U[3^{-3/4}\rho^{3/2}]}{3\rho^2 U - S} \right) = \frac{3\rho^2 U}{3\rho^2 U - S} > 1$$

$$\frac{dq_y}{dU} = \frac{-3^{3/4}\rho^2}{8\rho^{1/2}} < 0$$

Դրանով իսկ՝ ապրանքի անփոփոխ հարաբերական գնի դեպքում  $U$  ռեսուրսի աճն ընդլայնում է  $x$ -ի արտադրությունը (ընդ որում ավելի մեծ չափով, քան ընդլայնվել է  $U$  ռեսուրսը), իսկ  $y$ -ի արտադրությունը կրճատվում է:

Քանի որ  $x$ -ն արտահանվում է, ապա նրա արտադրության ընդլայնումը, այլ հավասար պայմաններում կընդլայնի արտահանումը: Միևնույն ժամանակ,  $y$ -ի արտադրության կրճատումը կբերի  $y$ -ի ներմուծման ընդլայնմանը: Այսպիսով՝  $U$  ռեսուրսի աճի արդյունքում արտաքին առևտրի ծավալն ընդլայնվեց:

Եթե երկիրը մեծ է, ապա առևտրի աճը կվատթարացնի առևտրի պայմանները և կարող է պայմանավորել սուղման աճ: Իսկ եթե երկիրը փոքր է, ապա առևտրի ծավալի փոփոխությունը առևտրի պայմանների վրա չի ազդի:

Արտաքին առևտրի վրա ազդեցությունն այլ կլինեք, եթե ընդլայնվեք  $S$  և ոչ թե  $U$  ռեսուրսը.

$$\frac{dq_x}{dS} = -\frac{1}{3^{-3/4}\rho^{3/2}} < 0$$

$$\frac{dq_y}{dS} = \frac{3^{7/4}}{8\rho^{1/2}} > 0 \quad \frac{dq_y}{dS} \frac{S}{q_y} = \frac{3^{7/4}}{8\rho^{1/2}} \left( \frac{S[8\rho^{1/2}]}{3^{7/4}S - 3^{3/4}\rho^2 U} \right) = \frac{3^{7/4}S}{3^{7/4}S - 3^{3/4}\rho^2 U} > 1$$

$S$  ռեսուրսի ընդլայնման դեպքում  $x$ -ի թողարկումը կկրճատվեք, ու քանի որ  $x$  արտահանվում է, ապա արտահանումը կկրճատվեք:

Միևնույն ժամանակ,  $y$ -ի թողարկումը կընդլայնվեք, ու քանի որ  $y$  ներմուծվում է, ապա ներմուծումը կկրճատվեք:

Եթե երկիրը լինեք մեծ, ապա առևտրի ծավալի կրճատումը կբերեք առևտրի պայմանների բարելավման: